

ПОСТРОЕНИЕ АКСИОМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗНАНИЙ КАК ПРЕДМЕТА ПЕДАГОГИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕЙ ЕГО СТРУКТУРНУЮ ФОРМАЛИЗАЦИЮ

И.Д. Рудинский

Россия, г. Калининград

I. Знания как предмет педагогического контроля и формально-структурного исследования

Знания являются предметом педагогического контроля наряду с умениями (способностями применять имеющиеся знания для разрешения теоретических проблем и практических задач, специфических для изучаемой предметной области) и **навыками** (доведенными до автоматизма, т.е. не вызывающими затруднений умениями решать практические задачи, наиболее типичные и характерные для конкретной предметной области). Способы, формы и методики педагогического контроля знаний, умений и навыков различаются достаточно сильно. В настоящей работе в качестве предмета контроля рассматриваются исключительно знания.

Термин «знания» широко применяется не только в теории обучения, но и в других отраслях научной деятельности, в частности, в философии, теории информации и теории искусственного интеллекта. Он не имеет единственного определения, бесспорного для любых приложений, поскольку объективные (т.е. измеряемые относительно некоторой абсолютной оценочной шкалы) основы знаний как целостного объекта изучения к моменту написания настоящей работы остаются неизвестными. Приводимые в литературе формулировки, как правило, выделяют в этом многоплановом понятии какой-то конкретный и достаточно узкий аспект, что не позволяет трактовать такие определения расширительно и придавать им универсальный характер.

Рассмотрим ряд известных определений понятия «знания» и проанализируем их на предмет соответствия целям проводимого исследования.

1. **Знания – совокупность сведений, познаний в какой-нибудь области.** Такое определение не удовлетворяет целям проводимого исследования, в частности, из-за неоднозначности исходных понятий, которыми характеризуется интересующий нас объект.

2. **Знания – это закономерности предметной области (принципы, связи, законы), полученные в результате практической деятельности и профессионального опыта, позволяющие специалистам ставить и решать задачи в этой области.** Очевидно, что в этом определении основное внимание уделяется прагматическому аспекту знаний в ущерб познавательному (т.е. гносеологическому) аспекту, составляющему сущность процесса обучения.

3. **Знания – форма представления информации, обладающая внутренней интерпретируемостью, структурированностью, связностью, активностью и семантической метрикой.** В этом определении во главу угла ставятся структурные свойства знаний с явно недостаточным вниманием к их содержательному наполнению.

4. **Знания состоят из описаний, соотношений и процедур, относящихся к представляющей интерес сфере. Знания = Факты + Гипотезы + Эвристики.** В данном случае определяемое понятие трактуется слишком расширительно, что ведет к утрате им прикладной ценности.

5. **Знания – это формализованная информация, на которую ссылаются и используют в процессе логического вывода.** Весьма узкое определение, преследующее частную цель, связанную с построением компьютерной системы логического вывода знаний.

6. **Знания – самое общее выражение для обозначения теоретической деятельности ума, имеющей притязание на объективную истину (в отличие, например, от мышления или мысли, которые могут быть заведомо фантастичны).** В этом, достаточно общем, определении отмечается важнейшее свойство знаний как неотъемлемого элемента процесса педагогического контроля – объективность их наличия у обучаемого в качестве основы для организации и проведения процедур диагностирования и оценивания.

Многие авторы трактуют знания либо чрезвычайно узко (определения 3 и 5), что характерно для инженерии знаний, либо слишком широко (определения 1, 2, 4, 6), что в большей степени характерно для науки в целом. Проблематика классификации знаний и, в первую очередь, разделения и взаимодействия «гуманитарного» и «точного» знания поднималась и рассматривалась многими исследователями. Специфика гуманитарного знания и вопросы его формализации обсуждались в рамках симпозиума «Знания и рассуждения в гуманитарных науках», состоявшегося в Москве в апреле 1996 г.

В рамках настоящего исследования термином **«знания»** согласно рекомендациям Н. Ф. Талызиной будем обозначать **множество понятий, фактов, закономерностей и правил их применения, объективно составляющих семантическую (смысловую) сущность процесса обучения по конкретной дисциплине.** С содержательной точки зрения, педагогический контроль заключается в выявлении знаний, которыми обладает обучаемый на момент проведения контроля, и в оценивании степени соответствия этих знаний некоторому целевому (нормативному) уровню. Так, при входном педагогическом контроле (например, в ходе приема в вуз) рейтинговый входной контроль знаний позволяет, во-первых, выявить тех абитуриентов, уровень знаний которых превышает нормативный уровень, необходимый для поступления в данное учебное заведение, а во-вторых, отобрать среди них наиболее подготовленных абитуриентов, количество которых должно соответствовать плановым показателям приема в вуз. Итоговый (аттестационный) педагогический контроль знаний обучаемых позволяет выявить и оценить степень их соответствия требованиям образовательных стандартов и учебных планов с последующим принятием решения о присвоении обучаемому соответствующей квалификации.

Для конкретизации и выявления свойств знаний как предмета педагогического контроля и, соответственно, одного из основных объектов изучения при подготовке специалистов по созданию, внедрению и организации эксплуатации автоматизированной системы педагогического контроля знаний проведем теоретико-множественный анализ модели знаний, используемой в

контексте предложенной в первой главе иерархической декомпозиции процесса обучения. Отсутствие механизмов объективного измерения «количества знаний» не позволяет с достаточной достоверностью говорить о численных значениях большинства параметров этой модели и, следовательно, существующие зависимости между ними могут быть определены в настоящее время только на качественном уровне с точностью до отношения, тогда как динамика этих зависимостей обнаруживается на уровне тенденций.

Целостность проводимого анализа будет обеспечиваться следующим аксиоматическим базисом:

1. Существует некоторое N -мерное ($N \rightarrow \infty$) информационное пространство \mathbf{M} , каждая i -я, $i = \overline{1, N}$ ось которого M_i соответствует знаниям по дисциплине D_i , $i = \overline{1, N}$;

2. Знания, которыми обладает некоторый j -й объект, отображаются в N -мерном пространстве \mathbf{M} точкой

$$\mathbf{M}_j = \langle q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{ji}, \dots, q_{jN} \rangle,$$

где q_{ji} – проекция точки \mathbf{M}_j на ось M_i ;

3. Каждая i -я, $i = \overline{1, N}$ ось M_i имеет количественную неотрицательную шкалу значений, т.е. каждая точка q_i на i -й оси соответствует конкретному количеству знаний по дисциплине D_i . В частности, значение $q_{ji} = 0$ означает, что у j -го объекта отсутствуют знания по дисциплине D_i , а значение $q_{ji} \neq 0$ означает, что j -й объект обладает знаниями по дисциплине D_i в количестве q_{ji} .

4. Количество знаний Q_j^* , которыми обладает j -й объект, функционально зависит от значений всех координат точки \mathbf{M}_j в пространстве \mathbf{M} :

$$Q_j^* = Q(q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{ji}, \dots, q_{jN}). \quad (1)$$

В случае, когда у j -го объекта отсутствуют знания по некоторой дисциплине d_i , $i = \overline{1, N}$, выражение (1) принимает вид

$$Q_j^* = Q(q_{j1}, \dots, q_{ji-1}, 0, q_{ji+1}, \dots, q_{jN}). \quad (2)$$

Точка \mathbf{M}_j , имеющая размерность N , является идеальным отображением знаний j -го объекта, имеющим весьма ограниченное прикладное значение. Практически бесконечная ($N \rightarrow \infty$) размерность информационного пространства \mathbf{M} отражает реальную действительность, поскольку невозможно определить

абсолютно полный перечень дисциплин $D = \{d_i\}$, $i = \overline{1, N}$, знаниями по которым обладает конкретный объект. По этой причине в педагогической практике используется более упрощенное (т.е. имеющее относительно небольшую и, самое главное, конечную размерность) представление о знаниях объекта обучения, связанное с фиксацией набора дисциплин, изучение которых считается необходимым для квалификационной характеристики обучаемого на каждом конкретном этапе учебного процесса.

Очевидно, что для всего процесса обучения по специальности P_l границы этого усеченного множества знаний определяются количеством K_l дисциплин $D_l = \{d_{lk}\}$, $k = \overline{1, K_l}$, зафиксированных в учебном плане z_l . Знания по дисциплинам $D^- = D \setminus D_l$, не включенным в учебный план z_l , считаются несущественными для итоговой квалификационной характеристики обучаемых по l -й специальности и, соответственно, количество знаний по этим дисциплинам не оценивается, т.е. по умолчанию считается равным 0. Для каждой отдельно взятой i -й, $i = \overline{1, n_i}$ стадии обучения границы еще более усеченного множества знаний определяются перечнем изучаемых на этой стадии дисциплин $D_{il} = \{d_{ilh}\}$, $h = \overline{1, H_{il}}$, тогда как для конкретного этапа P_{lmih} этот перечень сужается до единственной дисциплины $d_{ilh} \in D_{il}$.

Таким образом, осознанно и повсеместно применяемый в педагогической практике прием сужения множества знаний, принимаемых во внимание для определения квалификационной характеристики обучаемого, приводит к фактической подмене *предмета оценивания*: вместо полного множества знаний, которыми обладает обучаемый, в роли его заместителя выступает априори ограниченное подмножество знаний по конечному набору дисциплин, predeterminedенному для данного периода обучения конкретным учебным планом z_l . В частности, для отдельно взятого этапа обучения P_{lmih} принимаются во внимание знания по единственной дисциплине $d_{ilh} \in D_{il}$, а для i -й стадии обучения – знания по всем изучаемым на данной стадии дисциплинам $D_{il} = \{d_{ilh}\}$, $h = \overline{1, H_{il}}$. Именно такое усеченное (и, соответственно, заведомо

неполное) представление будем рассматривать в рамках настоящей работы в качестве *модели знаний обучаемого*.

С учетом предложенной аксиоматики можно уточнить ряд введенных выше понятий.

Модель знаний j -го обучаемого на момент начала обучения по специальности M_{jOnl} – представление о совокупности знаний, которыми овладел этот обучаемый за период времени, предшествовавший началу обучения по специальности P_l . Размерность этой модели $N(M_{jOnl})$ характеризуется, как правило, весьма незначительным количеством дисциплин (2-4), а процедура оценивания количества знаний, содержащихся в этой модели, чаще всего принимает форму *вступительных испытаний*.

Модель знаний j -го обучаемого на момент окончания обучения по специальности M_{jOkI} – представление о совокупности знаний, которыми овладел обучаемый в процессе обучения по специальности P_l . Размерность этой модели $N(M_{jOkI})$ характеризуется перечнем дисциплин, обязательных для изучения согласно учебному плану z_l .

Если сгруппировать множество дисциплин $D = \{d_i\}, i = \overline{1, N}$ в виде

$$D = D_l \cup D^- = \{d_{l1}, d_{l2}, \dots, d_{lK_l}, d_{lK_l+1}, \dots, d_{lN}\}, \quad (3)$$

а имеющую размерность K_l модель знаний конкретного j -го обучаемого по учебному плану z_l в некоторый произвольный момент времени обозначить M_{jOl} , то количество знаний, содержащихся в этой модели, можно представить выражением

$$Q_j = Q(q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jK_l}, 0, \dots, 0), \quad (4)$$

что эквивалентно выражению

$$Q_j = Q(q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jK_l}). \quad (5)$$

Очевидно, что значение Q_j всегда будет меньше истинной «суммы знаний» j -го обучаемого $Q_j^* = Q(q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{jK_l}, \dots, q_{jN})$, поскольку в период, предшествовавший моменту итогового контроля (точнее, формальной фиксации значений координат $q_{jk}, k = \overline{1, K_l}$), он помимо дисциплин, подлежащих изучению по учебному плану z_l , также накапливал и другие знания, не связанные непосредственно с обучением по l -й специальности.

Рассмотрим на качественном уровне динамику изменения модели знаний обучаемого в очередном цикле P_{lm} обучения по l -й специальности с учетом предложенной выше декомпозиции этого процесса на стадии и этапы.

Обозначим Q_{jnl} количество знаний, содержащихся в модели M_{jOk_l} знаний j -го обучаемого в момент начала процесса P_j :

$$Q_{jnl} = Q(q_{jn1}, q_{jn2}, \dots, q_{jnK_l}), \quad (6)$$

где q_{jnk} , $k = \overline{1, K_l}$ – начальное количество знаний по дисциплине $d_{lk} \in D_l$.

Очевидно, что по некоторым дисциплинам учебного плана z_l (которые ранее не изучались j -м обучаемым) начальное количество знаний может быть равным 0, т.е.

$$k' = \overline{1, K_l} : q_{jnk'} = 0. \quad (7)$$

В процессе реализации каждого цикла P_{lm} обучения по l -й специальности начальная модель M_{jOk_l} пополняется знаниями по дисциплинам этого цикла $D_l = \{d_{lk}\}$, $k = \overline{1, K_l}$. Как показано в предыдущей главе, цикл обучения P_{lm} структурно декомпозируется на n_l последовательно выполняемых стадий P_{lmi} , $i = \overline{1, n_l}$, каждая из которых подразделяется на H_{il} параллельно выполняемых этапов P_{lmih} , поэтому пополнение модели M_{jOk_l} также имеет последовательно-параллельный характер.

Если множество знаний по изучаемой на этапе P_{lmih} дисциплине $d_{lih} \in D_l$ обозначить M_{lih} , то изменение модели знаний j -го обучаемого по завершении этого этапа может быть представлено в виде

$$M_{jOk_l}(t_{iklm}) = M_{jOk_l}(t_{iulm}) \cup M_{lih}, \quad (8)$$

где t_{iulm} и t_{iklm} – как и ранее, моменты начала и окончания i -й стадии m -го цикла обучения по l -й специальности.

Допустим, что начальное количество знаний j -го обучаемого по дисциплине $d_{lih} \in D_l$ составляло q_{juh} , их приращение в результате изучения этой дисциплины равно q_{lih} , а дисциплина d_{lih} изучается только в течение i -й стадии. Тогда количество знаний, содержащихся в модели M_{jOk_l} знаний j -го обучаемого по завершении этапа P_{lmih} , должно увеличиться на величину q_{lih} и составить

$$Q_{jkl}(t_{iklm}) = Q_{jnl}(t_{iulm}) \oplus q_{lih} = Q(q_{jn1}, q_{jn2}, \dots, q_{juh} + q_{lih}, \dots, q_{jnK_l}), \quad (9)$$

где символ \oplus обозначает операцию добавления знаний в модель M_{jOk_i} .

Соответственно, по завершении i -й стадии обучения P_{lmi} , на которой параллельно изучались H_{il} дисциплин $D_{il} = \{d_{ilh}\}$, модель знаний j -го обучаемого должна пополниться знаниями по всем изученным на данной стадии дисциплинам $d_{ilh} \in D_{il}$, т.е.

$$M_{jOk_l}(t_{iklm}) = M_{jOk_l}(t_{inlm}) \bigcup_{\forall h=1, H_{il}} M_{ilh} . \quad (10)$$

Если объемы знаний j -го обучаемого по дисциплинам $d_{lih_1}, d_{lih_2}, \dots, d_{lih_{H_l}} \in D_l$ на момент начала i -й стадии обучения составляли соответственно $q_{j^i h_1}, q_{j^i h_2}, \dots, q_{j^i h_{H_l}}$, а их приращения в результате изучения этих дисциплин равны $q_{lih_1}, q_{lih_2}, \dots, q_{lih_{H_l}}$, то по завершении i -й стадии количество знаний, содержащихся в модели M_{jOk_i} , должно составить

$$\begin{aligned} Q_{jkl}(t_{iklm}) &= Q_{jkl}(t_{inlm}) \oplus q_{lih_1} \oplus q_{lih_2} \oplus \dots \oplus q_{lih_{H_l}} = \\ &= Q(q_{j^i h_1}, q_{j^i h_2}, \dots, q_{j^i h_{H_l}} + q_{lih_1}, q_{j^i h_2} + q_{lih_2}, \dots, q_{j^i h_{H_l}} + q_{lih_{H_l}}, \dots, q_{j^i k_l}) . \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку все этапы P_{lmih} , $h = \overline{1, H_{li}}$ осуществляются на одном и том же временном интервале $[t_{inlm}, t_{iklm}]$, то можно утверждать, что в пределах каждой отдельно взятой i -й стадии модель знаний M_{jOk_l} параллельно пополняется знаниями по дисциплинам $d_{ilh} \in D_{il}$, $h = \overline{1, H_{li}}$.

При осуществлении m -го цикла процесса P_{lm} обучения по l -й специальности модель знаний M_{jOk_l} j -го обучаемого последовательно пополняется знаниями, приобретаемыми на каждой из n_l стадий:

$$M_{jOk_l}(t_{klm}) = (((M_{jOk_l}(t_{nlm}) \bigcup_{\forall h=1, H_{l1}} M_{l1h}) \bigcup_{\forall h=1, H_{l2}} M_{l2h}) \dots \bigcup_{\forall h=1, H_{ln_l}} M_{ln_l h}) \quad (12)$$

или в более компактном виде

$$M_{jOk_l}(t_{klm}) = M_{jOk_l}(t_{nlm}) \bigcup_{\forall i=1, n_l} \bigcup_{\forall h=1, H_{li}} M_{lih} . \quad (13)$$

В педагогической практике широко распространена ситуация, когда одна и та же дисциплина изучается на протяжении нескольких последовательных стадий. Пусть обучение по дисциплине $d_{lk} \in D_l$ осуществляется на i -й, $(i+1)$ -й, ..., $(i+r)$ -й стадиях, т.е. она декомпозируется на отдельные «поддисциплины» (например, темы или разделы):

$$d_{lk} = d_{l h_i} \cup d_{l(i+1)h_{i+1}} \cup \dots \cup d_{l(i+r)h_{i+r}}. \quad (14)$$

В этом случае по аналогии с (8) и (9) последовательное приращение модели знаний M_{jOk_l} с момента t_{inlm} начала изучения дисциплины на i -й стадии до момента $t_{(i+r)klm}$ завершения ее изучения может быть представлено выражением

$$M_{jOk_l}(t_{(i+r)klm}) = M_{jOk_l}(t_{inlm}) \cup M_{l(i+1)h_{i+1}} \cup \dots \cup M_{l(i+r)h_{i+r}}, \quad (15)$$

а количество знаний, содержащихся в модели M_{jOk_i} по завершении $(i+r)$ -й стадии, должно составить

$$\begin{aligned} Q_{jkl}(t_{(i+r)klm}) &= Q_{jnl}(t_{inlm}) \oplus q_{l h_i} \oplus q_{l(i+1)h_{i+1}} \oplus \dots \oplus q_{l(i+r)h_{i+r}} = \\ &= Q(q_{jn1}, q_{jn2}, \dots, q_{jni h} + q_{l h_i} + q_{l(i+1)h_{i+1}} + \dots + q_{l(i+r)h_{i+r}}, \dots, q_{j'k_l}). \end{aligned} \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) легко обобщаются на случай изучения на нескольких стадиях произвольного количества дисциплин.

II. Формализация принципов организации процесса обучения

На динамику изменения модели знаний оказывают существенное влияние содержательные взаимосвязи дисциплин, изучаемых (и, соответственно, преподаваемых) на одной и той же либо на различных стадиях обучения. Структура учебного процесса в значительной степени зависит от этих взаимосвязей, поскольку именно на их основе принимается решение о последовательности изучения отдельных дисциплин. Из практики известен ряд принципов, лежащих в основе рациональной структурно-содержательной организации учебного процесса и предопределяющих временные, причинно-следственные и семантические отношения между дисциплинами учебного плана z_j . Рассмотрим некоторые наиболее известные принципы и предложим механизм их формализации.

1. Обязательная преемственность учебных программ. Учебный процесс в практически любом образовательном учреждении (за исключением, пожалуй, некоторых учреждений начального дошкольного образования) базируется на предположении, что обучаемый к моменту начала каждого очередного этапа обладает некоторым исходным уровнем знаний, необходимым и достаточным для эффективного усвоения учебного материала.

Проверка фактического наличия требуемых начальных знаний (в применяемой в настоящей работе терминологии – выявление начальной модели знаний j -го обучаемого M_{jOnl} и ее сравнение с некоторой эталонной моделью M_{Enl}) составляет сущность процедуры вступительных испытаний. Преемственность учебных программ заключается в том, что знания (все или какая-то их часть), полученные в результате изучения некоторой дисциплины d_{lih_i} , могут быть необходимы для изучения дисциплины d_{ljh_j} – например, в качестве инструментария (без владения аппаратом дифференциального и интегрального исчисления невозможно изучать многие разделы физики) либо в качестве фактографического базиса (уверенное владение иностранным языком считается обязательным условием для освоения методики его преподавания). Документальное подтверждение наличия в учебной программе дисциплины d_{lih_i} разделов и/или тем, без изучения которых освоение дисциплины d_{ljh_j} станет затруднительным или даже невозможным, в высших учебных заведениях приобретает форму так называемых «Протоколов согласования учебных программ».

Несоблюдение принципа преемственности (из-за невнимания должностного лица, допустившего несогласованность при утверждении учебной программы, либо по причине профессиональной недобросовестности преподавателя, «пропускающего» обязательные для изучения темы при проведении занятий по дисциплине d_{lih_i}) приводит к нарушению временного графика и к снижению эффективности учебного процесса, поскольку недостающие знания приходится «добирать в оперативном порядке» вместо планомерного освоения дисциплины d_{ljh_j} .

С формальной точки зрения, наличие некоторого подмножества знаний M'_{lih_i} в качестве обязательного условия для успешного изучения дисциплины d_{ljh_j} может быть выражено предикатом вида $\mathfrak{R}(M'_{lih_i}, d_{ljh_j})$, который принимает значение 1 («истина») или 0 («ложь») в зависимости от того, необходимы знания M'_{lih_i} для изучения дисциплины d_{ljh_j} или нет:

$$\mathfrak{R}(M'_{li_i}, d_{lj_j}) = \begin{cases} 1, & \text{если знания необходимы,} \\ 0, & \text{если знания необязательны} \end{cases} \quad (17)$$

С учетом (17) можно предложить следующую формализацию принципа преемственности учебных программ:

Если для успешного изучения дисциплины d_{lj_j} необходимо обладание знаниями M'_{li_i} , то знания M_{li_i} , получаемые обучаемым в результате изучения дисциплины d_{li_i} , должны включать M'_{li_i} в качестве подмножества:

$$\exists d_{li_i}, d_{lj_j} : \mathfrak{R}(M'_{li_i}, d_{lj_j}) = 1 \rightarrow M'_{li_i} \subseteq M_{li_i}. \quad (18)$$

2. Соблюдение последовательности изучения дисциплин.

Преемственность учебных программ считается необходимым, но не достаточным условием эффективной структурно-содержательной организации процесса обучения. Не менее важно обеспечить фактическое наличие у обучаемого знаний M'_{li_i} (их в данном контексте можно назвать *базовыми*) к моменту t_{jnlm} начала изучения им дисциплины d_{lj_j} . В противном случае, несмотря на формальную согласованность и преемственность учебных программ по дисциплинам d_{li_i} и d_{lj_j} , преподаватель, проводящий занятия по дисциплине d_{lj_j} , будет вынужден в первую очередь формировать у обучаемых эти недостающие базовые знания в ущерб изучению собственной дисциплины. Параллельное изучение дисциплин d_{li_i} и d_{lj_j} на одной и той же стадии обучения с «оперативным» согласованием графика учебного процесса чаще всего также не приводит к желаемому результату. Одной из важнейших причин такой неудачи считается длительность процесса накопления и закрепления «недостающих» знаний M'_{li_i} , из-за чего на эффективное изучение дисциплины d_{lj_j} может просто не хватить времени.

Таким образом, принцип соблюдения последовательности изучения дисциплин может быть сформулирован в следующем виде:

Если для изучения дисциплины d_{ljh_j} необходимы знания M'_{lih_i} , формируемые при изучении дисциплины d_{lih_i} , то d_{lih_i} должна изучаться на более ранней стадии, чем d_{ljh_j} :

$$\exists d_{lih_i}, d_{ljh_j} : \mathfrak{R}(M'_{lih_i}, d_{ljh_j}) = 1 \rightarrow (j > i) \ \&(t_{jnlm} \geq t_{iklm}), \quad (19)$$

где t_{jnlm} и t_{iklm} – соответственно моменты начала j -й и окончания i -й стадий обучения.

3. Предотвращение дублирования учебных программ. В соответствии с (8), (10), (13) и (15) модель знаний обучаемого M_{OkI} формируется за счет пополнения ее знаниями, получаемыми при изучении отдельных дисциплин. После согласования преемственности учебных программ процесс преподавания каждой отдельно взятой дисциплины d_{lih_i} представляет собой относительно независимый этап обучения P_{lmih} , по завершении которого модель знаний обучаемого должна пополниться знаниями M_{lih} . Поскольку преподаватели, проводящие занятия по различным дисциплинам, обладают значительной свободой в выборе учебного материала, то нельзя исключать вероятность его возможного дублирования, особенно по взаимосвязанным дисциплинам. Понятно, что изучение одного и того же материала в рамках двух и более дисциплин (например, способов решения систем линейных уравнений в курсах «Математический анализ» и «Теоретические основы электротехники») помогает в некоторых ситуациях закрепить полученные знания, но не ведет к запланированному увеличению их объема, т.е. снижает эффективность учебного процесса в целом.

Следовательно, количество знаний Q_{kl} в модели M_{OkI} не может определяться простым алгебраическим суммированием объемов знаний q_{lk} по всем дисциплинам $d_{lk} \in D_l, k = \overline{1, K_l}$ учебного плана z_l , а должно функционально зависеть от теоретико-множественного объединения знаний по всем этим дисциплинам с учетом возможного дублирования учебного материала:

$$Q_{kl} = \mathfrak{A}(M_{jOkI}) = \mathfrak{A}(M_{jOk} \bigcup_{\forall i=1, n_l} \bigcup_{\forall h=1, \overline{H_{li}}} M_{lih}). \quad (20)$$

В этом выражении символом \square обозначен оператор функционального отображения точки M_{jOkI} в информационном пространстве \mathbf{M} на используемую

количественную шкалу оценивания знаний. При изучении единственной дисциплины $d_i \in D_l$ в случае, когда начальные знания по этой дисциплине отсутствуют (т.е. $M_{j0k} = \emptyset$ и, соответственно, $q_{ni} = 0$), а модель знаний обучаемого пополняется подмножеством M_i , выражение (20) приобретает вид

$$q_i = \mathfrak{I}(M_i). \quad (21)$$

Свойства операции теоретико-множественного объединения \cup позволяют адекватно учитывать особенность процесса накопления знаний, состоящую в однократном присутствии в итоговой модели знаний, дублируемых при изучении различных дисциплин. Рассмотрим следующий пример.

Пусть в некоторый начальный момент времени j -й обучаемый обладает знаниями M_{jn} . В процессе обучения P , состоящем из двух этапов $P = \langle P_1, P_2 \rangle$, он получает знания M_1 по дисциплине d_1 и знания M_2 по дисциплине d_2 , и по завершении этого процесса в соответствии с (13) модель его знаний M_{jk} может быть представлена в виде

$$M_{jk} = M_{jn} \cup M_1 \cup M_2. \quad (22)$$

Если учебный материал по дисциплинам d_1 и d_2 частично или полностью совпадает (преподаватели, проводящие занятия по этим дисциплинам, «читают одно и то же»), то множества M_1 и M_2 могут быть представлены в виде объединения непересекающихся подмножеств

$$M_1 = M_1^- \cup M^+, \text{ при } M_1^- \cap M^+ = \emptyset$$

и

$$M_2 = M_2^- \cup M^+, \text{ при } M_2^- \cap M^+ = \emptyset,$$

где $M_1^- \subseteq M_1$ и $M_2^- \subseteq M_2$ – уникальные подмножества знаний по дисциплинам d_1 и d_2 соответственно, а M^+ – их совпадающая часть, т.е. $M^+ \subseteq M_1$ и $M^+ \subseteq M_2$. В этом случае пересечение множеств M_1 и M_2 оказывается непустым, поскольку

$$M_1 \cap M_2 = (M_1^- \cup M^+) \cap (M_2^- \cup M^+) = M^+,$$

и, следовательно, их объединение дает в результате

$$M_1 \cup M_2 = (M_1^- \cup M^+) \cup (M_2^- \cup M^+) = M_1^- \cup M_2^- \cup M^+. \quad (23)$$

С учетом (23) выражение (22) принимает вид

$$M_{jk} = M_{jn} \cup M_1^- \cup M_2^- \cup M^+,$$

т.е. в результирующей модели знаний M_{jk} подмножество M' присутствует только один раз, что подтверждает нецелесообразность дублирования одного и того же учебного материала при изучении различных дисциплин.

Дополнительное подтверждение некорректности применения операции алгебраического суммирования знаний по изучаемым дисциплинам можно получить при анализе изменения количества знаний в модели M_{jk} с учетом возможного дублирования учебных программ.

Обозначим q_1 и q_2 количества знаний, получаемых обучаемым при изучении дисциплин d_1 и d_2 соответственно. В соответствии с (21) их значения могут быть определены как

$$q_1 = \mathfrak{I}(M_1) = \mathfrak{I}(M_1^- \cup M')$$

и

$$q_2 = \mathfrak{I}(M_2) = \mathfrak{I}(M_2^- \cup M').$$

«Алгебраическая сумма» знаний по дисциплинам d_1 и d_2

$$Q_A = q_1 + q_2 = \mathfrak{I}(M_1^- \cup M') + \mathfrak{I}(M_2^- \cup M') \quad (24)$$

не может рассматриваться в качестве объективной основы для оценивания результатов изучения дисциплин d_1 и d_2 , поскольку в (24) общее для d_1 и d_2 подмножество M' одновременно присутствует в различных слагаемых. Это свидетельствует о завышенности значения Q_A по сравнению с «теоретико-множественной суммой»

$$Q_T = \mathfrak{I}(M_1 \cup M_2) = \mathfrak{I}(M_1^- \cup M_2^- \cup M'), \quad (25)$$

в которой общее подмножество M' учитывается только один раз.

На основании (23) и (25) можно предложить формализмы, определяющие минимальное Q_{min} и максимальное Q_{max} значения количества знаний Q_T . Если учебные программы по дисциплинам d_1 и d_2 полностью совпадают, то процессы их изучения полностью дублируются и обучаемый дважды получает одни и те же знания M , т.е. $M_1 = M_2 = M$. Следовательно, $M_1 \cap M_2 = M$ и $M_1 \cup M_2 = M$, т.е.

$$Q_{min} = \mathfrak{I}(M \cup M) = \mathfrak{I}(M).$$

Если же дублирование учебных программ отсутствует и при изучении каждой дисциплины d_1 и d_2 обучаемый получает уникальные (неповторяющиеся) знания M_{1max} и M_{2max} , то $M_1 \cap M_2 = \emptyset$ и поэтому

$$Q_{max} = \mathfrak{J}(M_1 \cup M_2) = \mathfrak{J}(M_{1max} \cup M_{2max}).$$

Итак, принцип предотвращения дублирования учебных программ может быть формализован следующим образом:

Для максимизации суммарного количества знаний по дисциплинам $d_{lk} \in D_l$, $k = \overline{1, K_l}$, входящим в учебный план z_l , множества знаний M_{lk} по этим дисциплинам не должны пересекаться:

$$\forall k_1, k_2 = \overline{1, K_l}, k_1 \neq k_2: d_{lk_1} \neq d_{lk_2} \rightarrow M_{lk_1} \cap M_{lk_2} = \emptyset.. \quad (26)$$

Предложенное формальное описание принципов организации учебного процесса создает реальную основу для построения и исследования квази-оптимизационной модели составления учебного плана, в которой могут учитываться, в частности, требования очередности и преемственности изучения конкретных дисциплин, а также согласованности их учебных программ. Однако эта чрезвычайно актуальная задача имеет самостоятельное значение, а ее решение выходит на рамки настоящего исследования.

Литература

1. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии. М.: Педагогика, 1989.
2. Волкова В. Н., Денисов А. А. Основы теории систем и системного анализа. СПб.: Изд. СПбГТУ, 1999.
3. Волкова В. Н., Темников Ф. Е. Методы формализованного представления (отображения) систем. М.: ИПКИР, 1974.
4. Гаврилова Т. А., Хорошевский В. Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. СПб.: Питер, 2000.
5. Гребенюк О. С., Гребенюк Т. Б. Теория обучения: Учебник. М.: ВЛАДОС-ПРЕСС, 2002.
6. Колесников А. В. Гибридные интеллектуальные системы. Теория и технология разработки / Под ред. А. М. Яшина. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001.
7. Ожегов С. И. Словарь русского языка. 17-е изд., стереотип. М.: Рус. яз., 1985.

8. Пак Н. И. Нелинейные технологии обучения в условиях информатизации. Красноярск: РИО КГПУ, 1999.

9. Поспелов Д. А. Данные и знания // Искусственный интеллект. В 3-х кн. Кн. 2. Модели и методы: Справочник / Под ред. Д. А. Поспелова. М.: Радио и связь, 1990. С. 7–13.

10. Поспелов Д. А., Кузнецов О. П. Знания и рассуждения в гуманитарных науках // Новости искусственного интеллекта. 1996. № 2. С. 93-98.

11. Построение экспертных систем / Под ред. Ф. Хейса-Рота. М.: Мир, 1987.

12. Представление и использование знаний / Под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. М.: Мир, 1989.

13. Системно-кибернетические аспекты познания: [Сб. статей] / Отв. ред. Н. А. Лицис. Рига: Зинатне, 1985.

14. Соловьев В. С. Знание / Статья в Энциклопедическом словаре Ф. А. Брокгауза – И. А. Эфрона (Цит. по изданию: Мир философии. В 2-х ч. Ч. 1. Исходные философские проблемы, понятия и принципы. М.: Политиздат, 1991).

15. Талызина Н. Ф. Компьютеризация и программированное обучение // Вопросы психологии. 1987. № 6. С. 43-45.

16. Темников Ф. Е. Теоретические основы информационной техники. М.: Энергия, 1971.